DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

14.14. Un estudio sobre la población activa de una ciudad revela que 4 de cada 15 trabajadores utiliza el metro. Se escoge al azar una muestra formada por 30 trabajadores y se considera la variable que expresa el número de usuarios de metro en la muestra.

a) Determina si la variable sigue una distribución binomial.

b) En caso afirmativo, halla los parámetros de la distribución.

a) 1.° En cada prueba solo son posibles dos resultados:
A = "utiliza el metro" y $\overline{A}$ = "no utiliza el metro"

2.° El resultado obtenido de la pregunta "utiliza el metro o no" en cada individuo de la muestra es independiente de los otros.

3.° La probabilidad del suceso A, $p = P(A) = \frac{4}{15}$, es constante.

b) Los valores $n = 30$ y $p = \frac{4}{15}$ son los parámetros de la distribución, que representaremos por $B\left(30; \frac{4}{15}\right)$.

14.15. (PAU) El 30% de los tornillos de una gran partida son defectuosos. Si se cogen tres tornillos al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Los tres sean defectuosos.

b) Solamente dos sean defectuosos.

c) Ninguno de ellos sea defectuoso.

Sea X la variable que representa el número de tornillos defectuosos. Se trata de una distribución binomial de parámetros $n = 3$ y $p = 0{,}3$; es decir, $B(3; 0{,}3)$.

a) $P(X = 3) = \binom{3}{3} \cdot 0{,}3^3 = 0{,}027$

b) $P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7 = 0{,}189$

c) $P(X = 0) = \binom{3}{0} \cdot 0{,}7^3 = 0{,}343$

Distribución normal

15.19. (PAU) La duración media de un lavavajillas es de 15 años, con una desviación típica igual a 0,5 años. Si la vida útil del electrodoméstico se distribuye normalmente, halla la probabilidad de que al comprar un lavavajillas, este dure más de 16 años.

Sea X la variable aleatoria continua que expresa el número de años de duración de un lavavajillas. Se trata de una distribución $N(15; 0{,}5)$.

$P(X > 16) = P\left(Z > \frac{16 - 15}{0{,}5}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z \leqslant 2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$

15.20. (PAU) Las precipitaciones anuales en una región son, en media, de 2000 mL/m², con una desviación típica de 300 ml/m². Suponiendo que el volumen anual de precipitaciones por metro cuadrado sigue una distribución normal, calcula la probabilidad de que un año determinado la lluvia no supere los 1200 mL/m².

Sea X la variable aleatoria continua que expresa la precipitación anual en la región. Se trata de una distribución $N(2000, 300)$.

$P(X \leqslant 1200) = P\left(Z \leqslant \frac{1200 - 2000}{300}\right) = P(Z \leqslant -2{,}67) = 1 - P(Z < 2{,}67) = 1 - 0{,}9962 = 0{,}0038$

15.21. Las tallas de 800 recién nacidos se distribuyen normalmente con una media de 50 cm y una desviación típica de 5. Calcula cuántos recién nacidos cabe esperar con tallas comprendidas entre 47 y 52 cm.

Sea X la variable aleatoria continua que expresa la talla, en cm, de un recién nacido. Se trata de una distribución $N(50, 5)$.

$P(47 \leqslant X \leqslant 52) = P\left(\frac{47 - 50}{5} \leqslant Z \leqslant \frac{52 - 50}{5}\right) = P(-0{,}6 \leqslant Z \leqslant 0{,}4) = P(Z \leqslant 0{,}4) - P(Z \leqslant -0{,}2) =$

$= 0{,}6554 - [1 - P(Z < 0{,}2)] = 0{,}6554 - 1 + P(Z < 0{,}2) = 0{,}6554 - 1 + 0{,}5793 = 0{,}2347$

De entre 800 recién nacidos, el número de ellos que tendrán tallas entre 47 y 52 cm será:

$800 \cdot 0{,}3674 = 294$